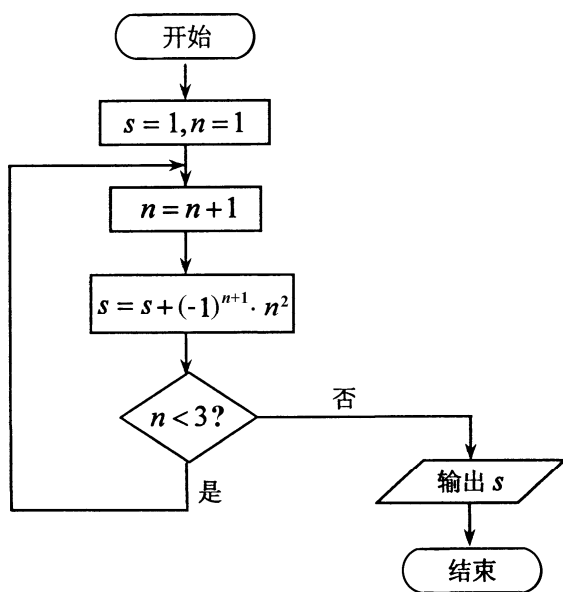
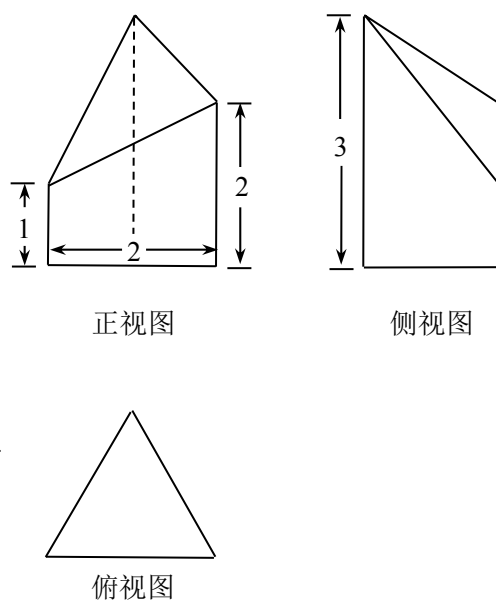


- (4) 公比不为 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5a_6 + a_4a_7 = 18$, 若 $a_1a_m = 9$, 则 m 的值为
 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11
- (5) 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的结果 $s =$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7



第 6 题图



第 10 题图

- (6) 《九章算术》商功章有题: 一圆柱形谷仓, 高 1 丈 3 尺 $3\frac{1}{3}$ 寸, 容纳米 2000 斛 (1 丈=10 尺, 1 尺=10 寸, 斛为容积单位, 1 斛 ≈ 1.62 立方尺, $\pi \approx 3$), 则圆柱底圆周长约为
 (A) 1 丈 3 尺 (B) 5 丈 4 尺 (C) 9 丈 2 尺 (D) 48 丈 6 尺
- (7) 已知直线 $ax + by - 6 = 0$ ($a > 0, b > 0$) 被圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$, 则 ab 的最大值是
 (A) $\frac{5}{2}$ (B) 4 (C) $\frac{9}{2}$ (D) 9
- (8) T 为常数, 定义 $f_T(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq T \\ T, & f(x) < T \end{cases}$. 若 $f(x) = x - \ln x$, 则 $f_3[f_2(e)]$ 的值为
 (A) $e - 1$ (B) e (C) 3 (D) $e + 1$
- (9) 设 M, N 是抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上任意两点, 点 E 的坐标为 $(-\lambda, 0)$ ($\lambda \geq 0$). 若 $\overline{EM} \cdot \overline{EN}$ 的最小值为 0, 则 $\lambda =$
 (A) 0 (B) $\frac{p}{2}$ (C) p (D) $2p$
- (10) 已知某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图是正三角形, 则该几何体的体积为
 (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$

(11) 已知集合 $P = \{n | n = 2k - 1, k \in \mathbf{N}_+, k \leq 50\}$, $Q = \{2, 3, 5\}$, 则集合 $T = \{xy | x \in P, y \in Q\}$ 中元素的个数为

- (A) 147 (B) 140 (C) 130 (D) 117

(12) 设向量 $\mathbf{a} = (1, k)$, $\mathbf{b} = (x, y)$, 记 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 θ . 若对所有满足不等式 $|x - 2| \leq y \leq 1$ 的 x, y , 都有 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则实数 k 的取值范围是

- (A) $(-1, +\infty)$ (B) $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$
 (C) $(1, +\infty)$ (D) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 24 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 观察下列等式

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1);$$

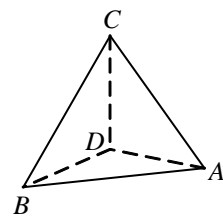
$$1 + 3 + 6 + \cdots + \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2);$$

$$1 + 4 + 10 + \cdots + \frac{1}{6}n(n+1)(n+2) = \frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3);$$

可以推测, $1 + 5 + 15 + \cdots + \frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3) = \underline{\hspace{4cm}}$.

(14) 函数 $f(x) = 3^{-x} + x^2 - 4$ 的零点个数是_____.

(15) 如图, 为了估测某塔的高度, 在同一水平面的 A, B 两点处进行测量. 在点 A 处测得塔顶 C 在西偏北 20° 的方向上, 仰角为 60° ; 在点 B 处测得塔顶 C 在东偏北 40° 的方向上, 仰角为 30° . 若 A, B 两点相距 130m, 则塔的高度 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$ m.



第 15 题图

(16) 已知平面区域 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9, x, y \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | |x| + |y| \leq 3, x, y \in \mathbf{R}\}$. 在 A 内随机取一点, 此点取自 B 的概率为_____.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 12 分)

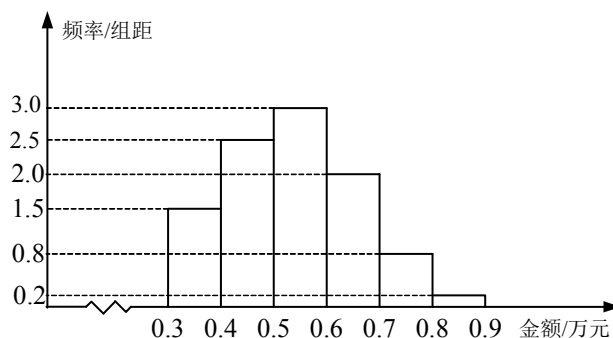
已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin x + \sqrt{6} \cos x$ ($x \in \mathbf{R}$) .

(I) 若 $\alpha \in [0, \pi]$ 且 $f(\alpha) = 2$, 求 α ;

(II) 先将 $y = f(x)$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 再将得到的图象上所有点向右平行移动 θ ($\theta > 0$) 个单位长度, 得到的图象关于直线 $x = \frac{3\pi}{4}$ 对称, 求 θ 的最小值.

(18) (本小题满分 12 分)

某电子商务公司随机抽取 1 000 名网络购物者进行调查. 这 1 000 名购物者 2015 年网上购物金额 (单位: 万元) 均在区间 $[0.3, 0.9]$ 内, 样本分组为: $[0.3, 0.4)$, $[0.4, 0.5)$, $[0.5, 0.6)$, $[0.6, 0.7)$, $[0.7, 0.8)$, $[0.8, 0.9]$. 购物金额的频率分布直方图如下:



第 18 题图

电子商务公司决定给购物者发放优惠券, 其金额 (单位: 元) 与购物金额关系如下:

购物金额分组	$[0.3, 0.5)$	$[0.5, 0.6)$	$[0.6, 0.8)$	$[0.8, 0.9]$
发放金额	50	100	150	200

(I) 求这 1 000 名购物者获得优惠券金额的平均数;

(II) 以这 1 000 名购物者购物金额落在相应区间的频率作为概率, 求一个购物者获得优惠券金额不少于 150 元的概率.

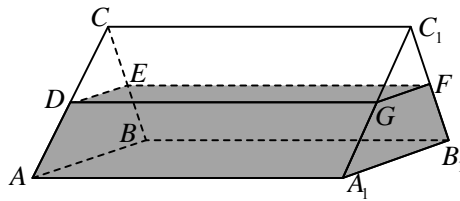
(19) (本小题满分 12 分)

如图, 一个侧棱长为 l 的直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 容器中盛有液体 (不计容器厚度).

若液面恰好分别过棱 AC, BC, B_1C_1, A_1C_1 的中点 D, E, F, G .

(I) 求证: 平面 $DEFG \parallel$ 平面 ABB_1A_1 ;

(II) 当底面 ABC 水平放置时, 求液面的高.



第 19 题图

(20) (本小题满分 12 分)

已知圆心为 H 的圆 $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$ 和定点 $A(1, 0)$, B 是圆上任意一点, 线段 AB 的中垂线 l 和直线 BH 相交于点 M , 当点 B 在圆上运动时, 点 M 的轨迹为椭圆, 记为 C .

(I) 求 C 的方程;

(II) 过点 A 作两条相互垂直的直线分别与椭圆 C 相交于 P, Q 和 E, F , 求 $\overline{PE} \cdot \overline{QF}$ 的取值范围.

(21) (本小题满分 12 分)

设 $n \in \mathbf{N}_+$, $a, b \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x^n} + b$, 已知曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为 $y = x - 1$.

(I) 求 a, b ;

(II) 求 $f(x)$ 的最大值;

(III) 设 $c > 0$ 且 $c \neq 1$, 已知函数 $g(x) = \log_c x - x^n$ 至少有一个零点, 求 c 的最大值.

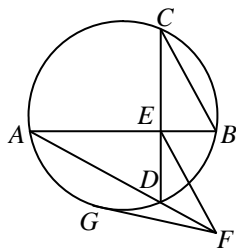
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时请写清题号。

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, E 是圆内两弦 AB 和 CD 的交点, F 为 AD 延长线上一点, FG 切圆于 G , 且 $FE = FG$.

(I) 证明: $FE \parallel BC$;

(II) 若 $AB \perp CD$, $\angle DEF = 30^\circ$, 求 $\frac{AF}{FG}$.



第 22 题图

(23) (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sin \alpha + \cos \alpha, \\ y = 1 + \sin 2\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以

坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为

$\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2}a \cos(\theta - \frac{3\pi}{4})$ ($a > 0$).

(I) 求直线 l 与曲线 C_1 的交点的极坐标 (ρ, θ) ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$);

(II) 若直线 l 与 C_2 相切, 求 a 的值.

(24) (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |x - a|$, $a \in \mathbf{R}$.

(I) 若 $a = 1$, 解不等式 $f(x) \geq \frac{1}{2}(x + 1)$;

(II) 记函数 $g(x) = f(x) - |x - 2|$ 的值域为 A , 若 $A \subseteq [-1, 3]$, 求 a 的取值范围.